

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ, МАТЕМАТИКИ И РОБОТОТЕХНИКИ

ПРИНЯТО

На заседании Ученого совета  
Института информатики, математики и  
робототехники  
Протокол от «22» февраля 2024 г., № 4

И.о. директора  О.А. Кривошеева

УТВЕРЖДЕНО

Проректор по образовательной  
деятельности

И.А. Макаренко



«11» марта 2024 г.

**ПОДГОТОВКА КАДРОВ ВЫСШЕЙ КВАЛИФИКАЦИИ**

**ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА  
ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

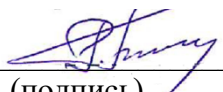
НАУЧНАЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЬ


1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Отрасль науки:

«Физико-математические науки»

Разработчик (разработчики):

 / д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры ВВТиС, Р.К. Газизов  
(подпись) (ученая степень, ученое звание, должность, фамилия и.о.)

 / д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры ДУиТУ, М.Г. Юмагулов  
(подпись) (ученая степень, ученое звание, должность, фамилия и.о.)

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика утверждена на объединённом заседании кафедр высокопроизводительных вычислительных технологий и систем (ВВТиС) и дифференциальных уравнений и теории управления (ДУиТУ). (Протокол от 20 февраля 2024 г. №4).

## 1. Общие положения

1.1. Область науки:

1. Естественные науки

Группа научных специальностей:

1.1. Математика и механика

Наименование отрасли науки, по которой присуждаются ученые степени:

Физико-математические науки

Шифр научной специальности:

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

1.2. Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине (далее «специальная дисциплина») по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика разработана в соответствии:

Федеральным законом от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

Постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 г. № 842 (ред. от 25.01.2024) «О порядке присуждения ученых степеней»;

Приказом Минобрнауки России от 28.03.2014 г. № 247 «Об утверждении Порядка прикрепления лиц для сдачи кандидатских экзаменов, сдачи кандидатских экзаменов и их перечня»;

Приказом Минобрнауки России от 05.08.2021 г. № 712 «О внесении изменений в некоторые приказы Министерства образования и науки Российской Федерации и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в сфере высшего образования и науки и признании утратившими силу приказов Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 апреля 2013 г. № 296 и от 22 июня 2015 г. № 607»;

Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 24 февраля 2021 г. № 118 «Об утверждении номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени, и внесении изменения в Положение о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, утвержденное приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 ноября 2017 г. № 1093»;

Паспортом научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика;

Уставом УУНиТ;

Приказом УУНиТ от 07.03.2023 г. № 0527 «О Порядке прикрепления лиц для сдачи кандидатских экзаменов».

1.3. Программа кандидатского экзамена регламентирует цель, задачи, содержание, организацию кандидатского экзамена, порядок работы экзаменационной комиссии, порядок оценки уровня знаний соискателя ученой степени кандидата физико-математических наук, и включает перечень вопросов, выносимых на кандидатский экзамен, рекомендации по подготовке к кандидатскому экзамену, в том числе, перечень литературы и ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для подготовки к кандидатскому экзамену.

1.4. Кандидатские экзамены представляют собой форму оценки степени подготовленности соискателя ученой степени кандидата физико-математических наук (аспиранта/прикрепленного лица) к проведению научных исследований по конкретной научной специальности и отрасли науки, по которой подготавливается или подготовлена диссертация.

## **2. Цель проведения кандидатского экзамена**

Целью проведения кандидатского экзамена по специальной дисциплине является оценка степени подготовленности соискателя ученой степени кандидата наук (аспиранта/прикрепленного лица) к проведению научных исследований по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика и отрасли науки Физико-математические науки, по которой подготавливается или подготовлена диссертация:

- владение основными понятиями и методами дифференциальных уравнений и математической физики на уровне, позволяющем получать качественные результаты при решении теоретических и прикладных задач;
- проверка сформированности умений применения методов дифференциальных уравнений и математической физики к решению научно-исследовательских задач, использования междисциплинарных установок и общенаучных понятий в решении комплексных задач теории и практики в конкретно научной исследовательской деятельности;
- получение практических навыков аргументации в обосновании научного статуса и актуальности конкретной исследовательской задачи, в работе с внеэмпирическими методами оценки выдвигаемых проблем и гипотез.

Сдача кандидатских экзаменов обязательна для присуждения ученой степени кандидата наук.

## **3. Задачи, решаемые в ходе сдачи кандидатского экзамена**

В ходе сдачи кандидатского экзамена необходимо оценить:

- способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;
- способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области дифференциальных уравнений и математической физики.

## **4. Структура и содержание кандидатского экзамена**

4.1. Кандидатский экзамен по специальной дисциплине по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика проводится в устной форме по билетам.

Экзаменационный билет включает в себя два-три теоретических вопроса и вопросы по теме диссертационного исследования.

Продолжительность устного ответа на экзамене – 20 минут, время на подготовку к ответу на экзаменационный билет – до 60 минут.

4.2. Комиссия по приему кандидатского экзамена по специальной дисциплине правомочна принимать кандидатский экзамен по специальной дисциплине, если в ее заседании участвуют не менее 3 специалистов, имеющих ученую степень кандидата или доктора наук по научной специальности, соответствующей специальной дисциплине, в том числе 1 доктор наук.

Решение, принятое комиссией, оформляется протоколом по установленной Университетом форме.

4.3. Университет вправе применять дистанционные образовательные технологии при проведении кандидатского экзамена. Особенности проведения кандидатских экзаменов с применением дистанционных образовательных технологий определяются локальным нормативным актом Университета.

При проведении кандидатского экзамена с применением дистанционных образовательных технологий Университет обеспечивает идентификацию личности аспирантов/прикрепленных лиц и контроль соблюдения требований, установленных локальным нормативным актом.

## 5. Перечень тем, вынесенных на кандидатский экзамен

**Тема 1.** Обыкновенные дифференциальные уравнения

**Тема 2.** Динамические системы и оптимальное управление

**Тема 3.** Математическая физика

### 6. Перечень документов и материалов, которыми разрешается пользоваться на кандидатском экзамене

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Во время проведения кандидатского экзамена аспирантам/прикрепленным лицам, запрещается иметь при себе и использовать средства связи.

### 7. Перечень вопросов для проведения кандидатского экзамена.

#### Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.

3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля–Остроградского, метод вариации постоянных и др.).

4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.

5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.

6. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.

7. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.

8. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.

9. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.

10. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона–Якоби.

#### Тема 2. Динамические системы и оптимальное управление

11. Динамические системы и их классификация. Непрерывные и дискретные модели.

12. Дискретные динамические системы. Точки равновесия и циклы ДДС. Устойчивость точек равновесия и циклов ДДС. Гиперболические и негиперболические точки равновесия и циклы.

13. Непрерывные динамические системы. Точки равновесия и циклы (периодические решения) НДС. Устойчивость точек равновесия и циклов НДС. Гиперболические и негиперболические точки равновесия и циклы.

14. Задачи оптимального управления. Задача оптимального быстродействия. Задача о брахистохроне.

15. Динамическое программирование. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства).

### Тема 3. Математическая физика

16. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши–Ковалевской.
17. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
18. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).
19. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)
20. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
21. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)
22. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.
23. Пространства Соболева  $W_m^r$ . Теоремы вложения, следы функций из  $W_m^r$  на границе области. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.
24. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
25. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
26. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

#### 8. Порядок оценки уровня знаний соискателя ученой степени кандидата наук

8.1. Оценка уровня знаний соискателя ученой степени кандидата наук определяется экзаменационными комиссиями по пятибалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

8.2. При оценке знаний и уровня подготовки соискателя ученой степени кандидата наук, определяется:

- уровень освоения материала, предусмотренного программой кандидатского экзамена;
- умение использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- обоснованность, четкость, краткость изложения ответа.

8.3. Общими критериями, определяющими оценку уровня знаний соискателя ученой степени кандидата наук, являются:

– для оценки «отлично»: наличие глубоких и исчерпывающих знаний в объеме пройденного программного материала, правильные и уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, знание дополнительно рекомендованной литературы;

– для оценки «хорошо»: наличие твердых и достаточно полных знаний программного материала, незначительные ошибки при освещении заданных вопросов, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала;

– для оценки «удовлетворительно»: наличие твердых знаний пройденного материала, изложение ответов с ошибками, уверенно исправляемыми после дополнительных вопросов, необходимость наводящих вопросов, правильные действия по применению знаний на практике;

– для оценки «неудовлетворительно»: наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.

#### 9. Методические указания по подготовке к сдаче кандидатского экзамена

При подготовке к кандидатскому экзамену рекомендуется:

Внимательно прочесть источники в списке рекомендуемой литературы и проанализировать информацию.

Сделать выписки (конспект) необходимой информации в соответствии с темами и экзаменационными вопросами.

Систематизировать и классифицировать полученные данные по тематическим разделам и экзаменационным вопросам.

Составить рабочие записи – ключевые опорные пункты в соответствии с логикой ответа на экзаменационные вопросы.

Подобрать необходимую иллюстративную информацию по содержанию ответа на экзаменационные вопросы.

В ходе подготовки к выполнению практического задания обучающийся анализирует результаты диссертационного исследования.

## 10. Перечень рекомендуемой литературы и ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики: учебник / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – Москва : Физматлит, 2000. – 400 с. – Режим доступа: URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=68126](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=68126) – ISBN 5-9221-0011-4. – Текст: электронный.

2. Сахарова, Л. В. Уравнения математической физики: учебное пособие / Л. В. Сахарова, М. Б. Стрюков; Ростовский государственный экономический университет (РИНХ). – Ростов-на-Дону: Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ), 2018. – 104 с. Режим доступа: URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=568601](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=568601) – ISBN 978-5-7972-2534-8. – Текст: электронный.

3. Годунов, С. К. Уравнения математической физики / С. К. Годунов. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: Наука, 1979. – 392 с. – URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=468173](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=468173) – Текст: электронный.

4. Юмагулов, М. Г. Введение в теорию динамических систем: учебное пособие / М. Г. Юмагулов. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-1799-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211817>

5. Юмагулов, М. Г. Введение в нелинейную динамику: теория, приложения, модели / М. Г. Юмагулов. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 368 с. — ISBN 978-5-8114-9792-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/230366>

6. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / Ю. Н. Бибииков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1176-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210617>

7. Скворцов, Л. М. Численное решение обыкновенных дифференциальных и дифференциально-алгебраических уравнений / Л. М. Скворцов. — Москва: ДМК Пресс, 2018. — 230 с. — ISBN 9785970606360. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/107903>

8. Амос, Г. MATLAB. Теория и практика / Г. Амос ; перевод с английского Н. К. Смоленцев. — 5-е изд. — Москва: ДМК Пресс, 2016. — 416 с. — ISBN 978-5-97060-183-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/828148>

9. Вагин, Д. В. Численное моделирование динамических систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями: учебное пособие / Д. В. Вагин; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2019. – 63 с. – Режим доступа: URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=573956](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=573956) – ISBN 978-5-7782-3941-8. – Текст: электронный.

10. Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебники / М. В. Федорюк - Москва: Лань, 2003 - 448 с.
11. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учебник / Л.Э. Эльсгольц - Москва: URSS, 2013 - 309 с. - [http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Elsgolts\\_Dif\\_ur\\_2013\\_ster.pdf](http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Elsgolts_Dif_ur_2013_ster.pdf)
12. Гюнтер Н. М. Курс вариационного исчисления [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н. М. Гюнтер. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2022 — 320 с. <https://e.lanbook.com/book/210236>
13. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. Ф. Филиппов. - Изд. 5-е. - Москва: URSS, 2013 - 235 с. [http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Filippov\\_Sb\\_zadach\\_po\\_dif\\_ur\\_2013\\_5izd.pdf](http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Filippov_Sb_zadach_po_dif_ur_2013_5izd.pdf)
14. Сборник задач по уравнениям математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. С. Владимиров, В. П. Михайлов, Т. В. Михайлова, М. И. Шабунин. - 4-е, изд. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2016 - 520 с. <https://e.lanbook.com/book/104995>
15. Олейник О. А. Лекции об уравнениях с частными производными [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. А. Олейник. - 6-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020 - 260 с. <https://e.lanbook.com/book/126098>
16. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.-Л. Лионс ; Пер. с фр. Л.Р.Волевича; Под ред. О.А.Олейника. - Москва: Мир, 1972 - 581с.
17. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных: учебное пособие / В.П. Михайлов. - Москва: Наука, 1976 - 391с.
18. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник / Л. С. Понтрягин. - Изд. 5-е. - Москва: Наука, 1982 - 331 с.
19. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: учебное пособие / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский; ред. В. А. Григорова, И. Г. Вирко. - Изд. 4-е, испр. - Москва: Наука, 1972 - 735 с.
20. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения / Ф. Трикоми; Пер. с англ. А.Д.Мышкиса. - Москва: Иностран. лит-ра, 1962 - 351с.
21. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными [Электронный ресурс]: учебник / И . Г . Петровский. — Москва: Физматлит, 2009 - 400 С. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59551](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59551)
22. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики: учебное пособие / О.А. Ладыженская. - Москва: Наука, 1973 - 407с.
23. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учебник / В. И. Арнольд. - Москва: МЦНМО, 2012 - 341 с. <https://e.lanbook.com/book/56392>
24. Тихонов АН. . Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учебник / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. - Москва: Физматлит, 2002 - 253 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=48171](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48171)
25. Жабко А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость [Электронный ресурс]: учебник / А. П. Жабко, Е. Д. Котина, О. Н. Чижова. - Санкт-Петербург: Лань, 2022 - 320 с. <https://e.lanbook.com/book/211928>
26. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - 4-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2022 - 512 с. <https://e.lanbook.com/book/212129>
27. Пантелеев А. В. Теория управления в примерах и задачах: учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. .С Бортаковский - Москва: Высш. шк., 2003 - 583 с.
28. Мартинсон Л. К. Дифференциальные уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебник: в 21 выпуск / Л. К. Мартинсон, Ю. И. Малов. - 4-е изд., стер. - Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007 - Выпуск 12: Дифференциальные уравнения математической ф и з и к и — 2011. - 367 с. <https://e.lanbook.com/book/106547>
29. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория / М. А. Шубин. - Москва: Наука, 1978 - 279 с.



30. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

31. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru>